AV & AVS Education

Your child is our responsibility.

Website - Avashishbhaiya.com

Notes available – PDFs, PYQs, Sample paper, Imp. Que.

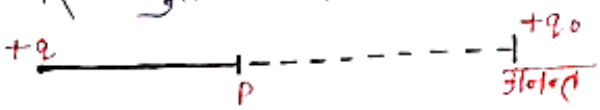
ELECTROSTATIC POTENTIAL AND CAPACITANCE

Credit : Dream light Education

Chapter = 2

स्थिर वैद्युत विभव तथा धारिता

विद्युत विभव (Electric Potential) :– एकांक धनात्मक परीक्षण आवेश को अनन्त से वैद्युत मे किसी बिन्दु तक लाने मे किए गए कार्य के परिमाण को उस बिन्दु पर वैद्युत विभव कहते है।



यदि परीक्षण आवेश q_0 को अनन्त से वैद्युत क्षेत्र मे लाने मे किया गया कार्य W है तो उस बिन्दु पर वैद्युत विभव –

$$V = \frac{W}{q_0}$$

इसका मात्रक = $\frac{\text{जूल}}{\text{कूलाम}}$ या वोल्ट

1 वोल्ट :– यदि $W = 1$ जूल एवं $q_0 = 1$ कूलाम हो तो

$$V = \frac{1 \text{ जूल}}{1 \text{ कूलाम}} = 1 \text{ वोल्ट}$$

यदि 1 कूलाम परीक्षण आवेश को अनंत से वैद्युत क्षेत्र मे किसी बिन्दु तक लाने मे किया गया कार्य 1 जूल हो तो उस बिन्दु पर वैद्युत विभव 1 Volt होगा।

राशि — अदिश राशि।

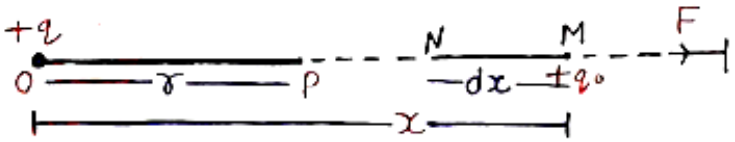
वैद्युत विभव की विमा –

$$V \text{ की विमा} = \frac{W \text{ का विमीय सूत्र}}{q_0 \text{ का विमीय सूत्र}} = \frac{[ML^2T^{-2}]}{[AT]}$$

$$\text{वैद्युत विभव की विमा} = \boxed{ML^2T^{-3}A^{-1}}$$

बिन्दु आवेश के कारण किसी बिन्दु पर वैद्युत विभव
(Electric Potential at any point due to point charge)

माना की कोई बिन्दु आवेश $+q$ किसी ऐसे परावैद्युत माध्यम मे स्थित है जिसका परावैद्युतांक K है इससे r दूरी पर कोई बिन्दु P है, जहा वैद्युत विभव ज्ञात करना है। बिन्दु आवेश से x दूरी पर कोई बिन्दु M है, जहाँ परीक्षण आवेश $+q_0$ रखा हुआ है।



∴ दोनो आवेशो के बीच लगने वाला वैद्युत बल –

कूलाम के नियम से – $F = \frac{1}{4\pi\epsilon_0 K}\frac{q \cdot q_0}{x^2}$ ——— ①

परीक्षण आवेश को वैद्युत ~~विद्युत~~ के विरुद्ध M से N तक dx दूरी तक लाने मे किया गया कार्य

dW = बल × दूरी

$$dW = \frac{1}{4\pi\epsilon_0 K} \frac{q \cdot q_0}{x^2} \cdot (-dx)$$

∴ परीक्षण आवेश को अनंत से A बिन्दु तक लाने में किया गया कार्य

$$W = \int_{\infty}^{r} -\frac{1}{4\pi\epsilon_0 K} \frac{q \cdot q_0}{x^2} \cdot dx$$

$$= -\frac{q \cdot q_0}{4\pi\epsilon_0 K} \int_{\infty}^{r} x^{-2} \cdot dx$$

But - $\int x\, dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} = \frac{x^{-2+1}}{-2+1} = \frac{x^{-1}}{-1} = \frac{-1}{x}$

$$W = -\frac{q \cdot q_0}{4\pi\epsilon_0 K} \left[\frac{1}{r} - \frac{1}{\infty}\right] \qquad \text{But} \rightarrow \frac{1}{\infty} = 0$$

∴ $W = \frac{1}{4\pi\epsilon_0 K} \frac{q \cdot q_0}{r}$ या $\frac{W}{q_0} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0 K} \frac{q}{r}$

But → $\frac{W}{q_0} = V$ (वैद्युत विभव)

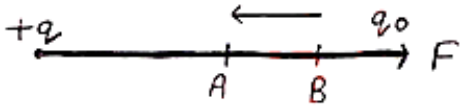
$$\boxed{V = \frac{1}{4\pi\epsilon_0 K} \frac{q}{r}}$$

वायु अथवा निर्वात के लिए $K = 1$

∴ $\boxed{V = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r}}$ या $\boxed{V = 9 \times 10^9 \frac{q}{r}}$

वैद्युत विभवांतर (Electric Potential Difference)

बाह्य कर्ता द्वारा एकांक धनात्मक परीक्षण आवेश को वैद्युत क्षेत्र मे एक बिन्दु से दूसरे बिन्दु तक लाने मे किए गए कार्य को उन बिन्दुओ के बीच विभवांतर कहते है।



यदि $+q_0$ परीक्षण आवेश को $B \rightarrow A$ तक लाने मे किया गया कार्य W हो तो विभवांतर —

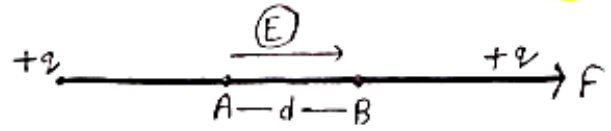
$$\boxed{V_A - V_B = \frac{W}{q_0}}$$

मात्रक = जूल/कूलाम या वोल्ट राशि = अदिश

विमीय सूत्र = $\frac{[ML^2T^{-2}]}{[AT]} = [ML^2T^{-3}A^{-1}]$

इलेक्ट्रान वोल्ट = यदि वैद्युत क्षेत्र मे किसी आवेश को एक बिन्दु से दूसरे बिन्दु तक लाने मे 1 जूल प्रति कूलाम कार्य किया जाए तो उन दोनो बिन्दुओ के बीच विभवांतर 1 वोल्ट होगा।

वैद्युत क्षेत्र की तीव्रता और विभवान्तर मे सम्बन्ध



माना एक समान वैद्युत क्षेत्र E मे एक - दूसरे से d दूरी पर दो बिन्दु A & B स्थित हैं।
हमे इन बिन्दुओ के बीच विभवान्तर तथा वैद्युत क्षेत्र की तीव्रता मे सम्बन्ध स्थापित करना है।

विभवान्तर की परिभाषा से -

$$V_A - V_B = \frac{W}{q_0}$$

$$W = q_0 (V_A - V_B) \quad \text{------ (i)}$$

अब $+q_0$ परीक्षण आवेश को $B \rightarrow A$ तक लाने मे किया गया कार्य -

$$W = F \times d \qquad \left\{ E = \frac{F}{q_0} \text{ या } F = E \cdot q_0 \right.$$

$$W = E \cdot q_0 \cdot d \quad \text{---------- (ii)}$$

समीकरण (i) व (ii) से -

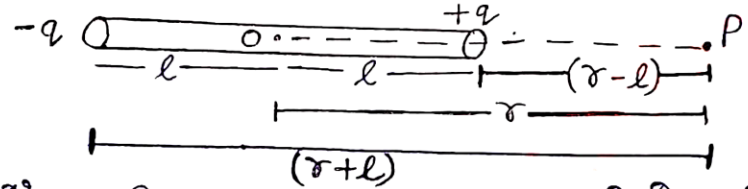
$$E \cdot \cancel{q_0} \cdot d = \cancel{q_0} (V_A - V_B)$$

$$\boxed{E = \frac{V_A - V_B}{d}}$$

वैद्युत द्विध्रुव के कारण वैद्युत विभव

(Electric Potential due to an electric dipole)

(A) अक्षीय स्थिति या अनुदैर्ध्य स्थिति



माना एक वैद्युत द्विध्रुव $-q$ तथा $+q$ आवेशो से मिलकर बना है इसकी लम्बाई 2ℓ है। इसे ऐसे माध्यम मे रखा गया है जहाँ परावैद्युतांक K है। हमे इस द्विध्रुव के मध्य बिन्दु O से r दूरी स्थित बिन्दु P पर अक्षीय स्थिति मे विभव का निर्धारण करना है।

$+q$ आवेश के कारण बिन्दु P पर वैद्युत विभव

$$V_1 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0 K} \cdot \frac{q}{(r-\ell)}$$

$-q$ आवेश के कारण बिन्दु P पर वैद्युत विभव

$$V_2 = -\frac{1}{4\pi\epsilon_0 K} \cdot \frac{q}{(r+\ell)}$$

अब बिन्दु P पर परिणामी वै० विभव

$$V = V_1 + V_2$$

$$V = \frac{1}{4\pi\epsilon_0 K} \cdot \frac{q}{(r-l)} - \frac{1}{4\pi\epsilon_0 K} \cdot \frac{q}{(r+l)}$$

$$V = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 K} \left(\frac{1}{r-l} - \frac{1}{r+l} \right)$$

$$V = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 K} \left[\frac{r+l-r+l}{(r-l)(r+l)} \right]$$

$$V = \frac{1}{4\pi\epsilon_0 K} \frac{q \cdot 2l}{(r^2-l^2)} \quad \{ \because p = q \times 2l \}$$

$$V = \frac{1}{4\pi\epsilon_0 K} \cdot \frac{p}{(r^2-l^2)}$$

यदि $l << r$

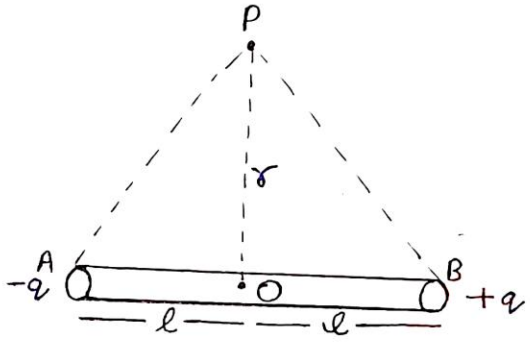
$\therefore l^2$ को नगण्य मानने पर

$$V = \frac{1}{4\pi\epsilon_0 K} \cdot \frac{p}{r^2}$$

वायु अथवा निर्वात के लिए $K = 1$

$$\boxed{V = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{p}{r^2}} \quad \text{या} \quad \boxed{V = 9 \times 10^9 \frac{p}{r^2}}$$

(B) निरक्षीय स्थिति या अनुप्रस्थ स्थिति



माना एक वैद्युत द्विध्रुव $-q$ तथा $+q$ आवेशो से मिलकर बना है। इसकी लम्बाई 2ℓ है। इसे ऐसे माध्यम मे रखा गया है जहा परावैद्युतांक K है। हमे इस द्विध्रुव के मध्य बिन्दु O से r दूरी पर स्थित बिन्दु P पर निरक्षीय स्थिति मे वैद्युत विभव का निर्धारण करना है।

$+q$ आवेश के कारण बिन्दु P पर वैद्युत विभव –

$$V_1 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0 K} \cdot \frac{q}{BP}$$

$-q$ आवेश के कारण बिन्दु P पर वैद्युत विभव –

$$V_2 = -\frac{1}{4\pi\epsilon_0 K} \cdot \frac{q}{AP}$$

अब बिन्दु P पर परिणामी वैद्युत विभव

$$V = V_1 + V_2$$

$$V = \frac{1}{4\pi\epsilon_0 K} \cdot \frac{q}{BP} - \frac{1}{4\pi\epsilon_0 K} \cdot \frac{q}{AP}$$

$$V = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 K}\left[\frac{1}{BP} - \frac{1}{AP}\right]$$

$\because AP = BP$

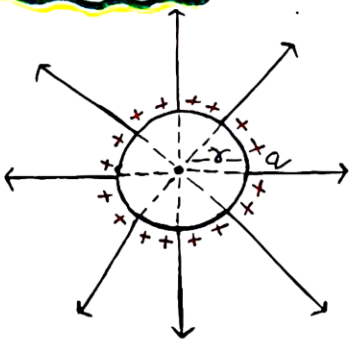
$$V = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 K}\left[\frac{1}{BP} - \frac{1}{BP}\right]$$

$$\boxed{V = 0}$$

अतः वैद्युत द्विध्रुव की निरक्षीय स्थिति मे विभव शून्य होता है।

समविभव पृष्ठ (Equipotential Surface)

वह पृष्ठ जिस पर स्थित सभी बिन्दुओ पर वैद्युत विभव का मान समान होता है उसे समविभव पृष्ठ कहते है।



Note ① ⇒ समविभव पृष्ठ के प्रत्येक बिन्दु पर वैद्युत बल रेखाएँ अभिलम्बवत् होती है।

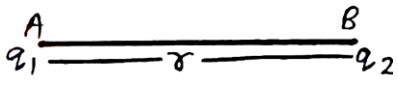
② यदि गोले की त्रिज्या r है तो पृष्ठ पर विभव –

$$V = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q}{r}$$

वैद्युत स्थितिज ऊर्जा (Electropotential Energy)

दो या दो से अधिक आवेशो को अनन्त से लाकर एक समूह बनाने के लिए किए गए कार्य को उस निकाय की वैद्युत स्थितिज ऊर्जा कहते हैं।

माना q_1 व q_2 परिमाण के दो बिन्दु आवेश वायु अथवा निर्वात मे एक-दूसरे से r दूरी पर रखे हुए है। हमे इस निकाय की वैद्युत स्थितिज ऊर्जा ज्ञात करने के लिए आवेश q_2 को अनंत से बिन्दु B तक लाने मे किया गया कार्य ज्ञात करना है।



आवेश q_1 के कारण बिन्दु B पर विभव

$$V = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q_1}{r}$$

वैद्युत विभव की परिभाषा से q_2 आवेश को अनंत से B बिन्दु तक लाने मे किया गया कार्य —

$$W = q_2 \times V$$

$$W = q_2 \times \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q_1}{r} \quad \text{या,} \quad W = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q_1 q_2}{r}$$

अतः वैद्युत स्थितिज ऊर्जा = किया गया कार्य

$$U = W$$

$$U = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1 q_2}{r} \text{ जूल}$$

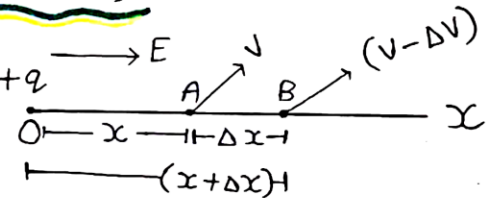
Note ① ⇒ वैद्युत स्थितिज ऊर्जा एक अदिश राशि है।

② ⇒ सूत्र में आवेशो को चिन्ह सहित रखते हैं।

③ ⇒ यदि दो से अधिक आवेश समूह (निकाय) हो तो वहा पर वैद्युत स्थितिज ऊर्जा इनके बीजगणितीय योग के बराबर होगी।

विभव प्रवणता (Potential Gradient)

वैद्युत क्षेत्र में दूरी के सापेक्ष विभव मे होने वाले परिवर्तन को विभव प्रवणता कहते है।



$$\text{विभव प्रवणता} = \frac{\text{विभव मे परिवर्तन}}{\text{दूरी मे परिवर्तन}}$$

$$= \frac{V - \Delta V - V}{x + \Delta x - x}$$

$$\text{विभव प्रवणता} = -\frac{\Delta V}{\Delta x}$$

मात्रक = वोल्ट/मीटर

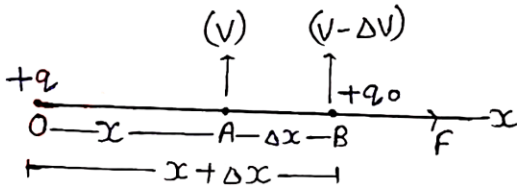
राशि = सदिश

विमीय सूत्र $= \frac{[ML^2T^{-3}A^{-1}]}{[L^1]} = [MLT^{-3}A^{-1}]$

Note ⇒ इसकी दिशा निम्न विभव से उच्च विभव की ओर होती है।

विभव प्रवणता तथा वैद्युत क्षेत्र की तीव्रता मे सम्बन्ध

यदि किसी अल्प धनात्मक परीक्षण आवेश q_0 को वैद्युत क्षे० E मे B से A की ओर ले जाने पर आरोपित वैद्युत बल –



$$F = q_0 \cdot E \quad \text{------ (i)}$$

$+q_0$ परीक्षण आवेश को $B \to A$ तक लाने मे किया गया कार्य –

$$\Delta W = F \times (-\Delta x)$$

समीकरण (i) से

$$\Delta W = q_0 \cdot E(-\Delta x)$$

$$\frac{\Delta W}{q_0} = -E \cdot \Delta x \quad \text{------ (ii)}$$

विभवान्तर की परिभाषा से $\{ V_A - V_B = \frac{W}{q_0} \}$

$$V - V + \Delta V = \frac{\Delta W}{q_0}$$

$$\frac{\Delta W}{q_0} = \Delta V \quad \text{---------- (iii)}$$

समीकरण (II) व (III) से -

$$-E \cdot \Delta x = \Delta V$$

$$\boxed{E = \frac{-\Delta V}{\Delta x}}$$

वैद्युत क्षेत्र मे किसी बिन्दु पर किसी दी हुई दिशा मे वैद्युत क्षेत्र की तीव्रता उस दिशा मे ऋणात्मक विभव प्रवणता के बराबर होता है।

वैद्युत धारिता (Electrical Capacity)

किसी चालक मे आवेश को धारण करने की क्षमता को उस चालक की वैद्युत धारिता कहते है।

किसी चालक को दिया गया आवेश (q), उस चालक के विभव (V) मे होने वाली वृद्धि के अनुक्रमानुपाती होता है।

$$q \propto V$$

$$q = CV \quad \text{(जहां } C \text{ चालक की वैद्युत धारिता है)}$$

$$\boxed{C = \frac{q}{V}}$$

→ "किसी चालक को दिए गए आवेश तथा उसके विभव मे होने वाली वृद्धि के अनुपात को उस चालक की वैद्युत धारिता कहते है"।

माप्तक = कूलाम / वोल्ट = फैरड

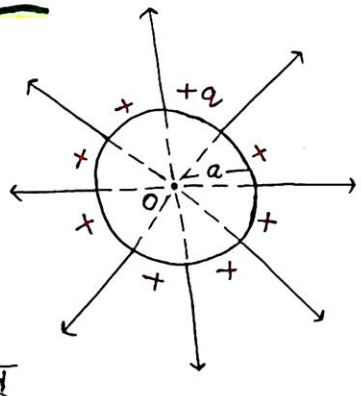
1 फैरड = यदि किसी चालक को 1 कूलाम आवेश देने पर उसके विभव मे 1 वोल्ट की वृद्धि हो जाये तो उस चालक की धारिता 1 फैरड होगी।

विमीय सूत्र = C का विमीय सूत्र = $\frac{\text{कूलाम}}{\text{वोल्ट}}$

$= \frac{\text{कूलाम}}{\text{जूल/कूलाम}} = \frac{\text{कूलाम}^2}{\text{जूल}}$

$= \frac{[A^2T^2]}{[ML^2T^{-2}]} = [M^{-1}L^{-2}T^4A^2]$

विलगित गोलीय चालक की धारिता



जब किसी गोलीय चालक को आवेशित किया जाता है तो यह आवेश उसके पृष्ठ पर एक समान रूप से वितरित हो जाता है जिससे वैद्युत बल रेखाएँ पृष्ठ पर अभिलम्बवत प्राप्त होती है यह बल रेखाएँ केन्द्र पर मिलती हुई प्रतीत होती है। अतः पृष्ठ पर फैला हुआ आवेश ऐसे व्यवहार करता है जैसे वह गोले के केन्द्र पर स्थित हो।

माना गोलीय चालक की त्रिज्या a है और इस +q परिमाण का धनावेश है। यह K परावैद्युतांक वाले माध्यम मे रखा गया है।

गोलीय चालक के प्रत्येक बिन्दु पर विभव –

$$V = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0 K} \cdot \frac{q}{a} \quad \text{------} \quad (1)$$

अतः गोलीय चालक की धारिता

$$C = \frac{q}{V} = \frac{q}{\frac{1}{4\pi\varepsilon_0 K} \cdot \frac{q}{a}}$$

$$\boxed{C = 4\pi\varepsilon_0 K \cdot a}$$

$$\boxed{C \propto a}$$

अतः स्पष्ट है कि किसी परावैद्युत माध्यम मे स्थित, गोलीय चालक की धारिता चालक की त्रिज्या के अनुक्रमानुपाती होती है

यदि माध्यम वायु अथवा निर्वात है तो – $K = 1$

$$C_0 = 4\pi\varepsilon_0 \cdot a$$

अतः $\frac{C}{C_0} = \frac{4\pi\varepsilon_0 K \cdot a}{4\pi\varepsilon_0 \cdot a}$ $\quad \frac{C}{C_0} = K$

अतः किसी माध्यम मे गोलीय चालक की धारिता (C) तथा निर्वात अथवा वायु मे उसी चालक की धारिता (C_0) का अनुपात उस माध्यम के परावैद्युतांक (K) के बराबर होता है।

आवेशित चालक की स्थितिज ऊर्जा

किसी चालक को आवेशित करने मे किए गए सम्पूर्ण कार्य को उस आवेशित चालक की स्थितिज ऊर्जा कहते हैं।

यदि किसी चालक को q आवेश देने पर उसके विभव मे वृद्धि V हो तो चालक की धारिता –

$$C = \frac{q}{V} \quad \text{------- (1)}$$

अब चालक को अल्प आवेश dq देने मे किया गया अल्प कार्य –

$$dW = V \cdot dq \quad \text{------- (11)}$$

अब चालक को $0 \rightarrow q$ तक आवेश देने मे किया गया कुल कार्य –

$$W = \int_0^q dW = \int_0^q V \cdot dq = \int_0^q \frac{q}{C} dq$$

$$W = \frac{1}{C} \int_0^q q \cdot dq = \frac{1}{C} \left[\frac{q^2}{2}\right]_0^q$$

$$W = \frac{1}{2C} \cdot [q^2 - 0] = \frac{1}{2} \cdot \frac{q^2}{C}$$

अतः आवेशित चालक की स्थितिज ऊर्जा $= W$

$$(1) \boxed{U = \frac{1}{2} \frac{q^2}{C}} \quad \text{या} \quad \{\because q = CV\}$$

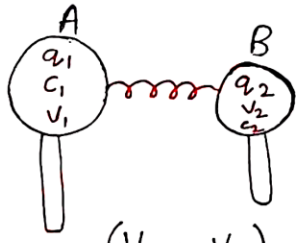
$$U = \frac{1}{2} \frac{C^2 V^2}{C} \Rightarrow (2) \boxed{U = \frac{1}{2} CV^2} \quad \text{या} \quad \left\{\because C = \frac{q}{V}\right\}$$

$$U = \frac{1}{2} \times \frac{q}{V} \times V^2 \Rightarrow (3) \quad \boxed{U = \frac{1}{2} q \cdot V}$$

दो चालको के संयोजन मे उभयनिष्ठ विभव का निर्धारण

$(V_1 > V_2)$

जब भिन्न - भिन्न विद्युत विभव वाले दो चालको को परस्पर सम्बन्धित किया जाता है तो आवेश का प्रवाह उच्च विभव वाले चालक से निम्न विभव वाले चालक की ओर होने लगता है। जब दोनो चालको के विभव समान हो जाते है तो आवेश का प्रवाह बंद हो जाता है। इस स्थिति मे दोनो चालको के समान विभव को उभयनिष्ठ विभव कहते है।



$$\text{उभयनिष्ठ विभव} = \frac{\text{कुल आवेश}}{\text{कुल धारिता}}$$

$$V = \frac{q_1 + q_2}{C_1 + C_2} \quad \{\because q = CV\}$$

$$V = \frac{C_1 V_1 + C_2 V_2}{C_1 + C_2}$$

संयोजन के पश्चात प्रथम चालक पर आवेश

$$q_1' = C_1 V \quad \text{------} \quad (1)$$

संयोजन के पश्चात द्वितीय चालक पर आवेश

$$q_2' = C_2 V \quad \text{-----} \quad (ii)$$

समी० (i) व (ii) से —

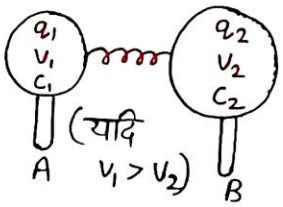
$$\boxed{\frac{q_1'}{q_2'} = \frac{C_1}{C_2}}$$

Note — आवेश संरक्षण के नियम से

$$q_1 + q_2 = q_1' + q_2'$$

दो चालको के संयोजन मे ऊर्जा ह्रास

माना पहले चालक को q_1 आवेश देने पर उसके विभव मे वृद्धि V_1 तथा दूसरे चालक को q_2 आवेश देने पर उसके विभव मे वृद्धि V_2 हो जाती है।



तथा दोनो चालको की धारिताएँ क्रमशः C_1 व C_2 है तथा दोनो चालको को नगण्य धारिता वाले चालक तार द्वारा सम्बन्धित किया गया है।

चालको को जोडने से पहले

पहले चालक की स्थितिज ऊर्जा $= \frac{1}{2} C_1 V_1^2$

दूसरे चालक की स्थितिज ऊर्जा $= \frac{1}{2} C_2 V_2^2$

संयोजन के पूर्व चालको की कुल स्थितिज ऊर्जा —

$$U = \frac{1}{2} C_1 V_1^2 + \frac{1}{2} C_2 V_2^2 \quad \text{--------- (i)}$$

उभयनिष्ठ विभव

$$V = \frac{C_1 V_1 + C_2 V_2}{C_1 + C_2}$$

संयोजन के पश्चात कुल ऊर्जा -

$$U' = \frac{1}{2} (C_1 + C_2) V^2$$

$$U' = \frac{1}{2} (C_1 + C_2) \left(\frac{C_1 V_1 + C_2 V_2}{C_1 + C_2} \right)^2$$

$$U' = \frac{1}{2} \frac{(C_1 V_1 + C_2 V_2)}{C_1 + C_2} \quad \text{------- (ii)}$$

समी० ① - ⑪

$$U - U' = \frac{1}{2} C_1 V_1^2 + \frac{1}{2} C_2 V_2^2 - \frac{1}{2} \frac{(C_1 V_1 + C_2 V_2)^2}{C_1 + C_2}$$

$$= \frac{1}{2} \frac{C_1 V_1^2 (C_1 + C_2) + C_2 V_2^2 (C_1 + C_2) - (C_1 V_1 + C_2 V_2)^2}{C_1 + C_2}$$

$$= \frac{1}{2} \left[\frac{C_1^2 V_1^2 + C_1 C_2 V_1^2 + C_1 C_2 V_2^2 + C_2^2 - V_2^2 - C_1^2 V_1^2 - C_2^2 V_2^2 - 2 C_1 V_1 C_2 V_2}{C_1 + C_2} \right]$$

$$= \frac{1}{2} \frac{C_1 C_2 (V_1^2 + V_2^2 - 2 V_1 V_2)}{C_1 + C_2}$$

$$\boxed{U - U' = \frac{C_1 C_2 (V_1 - V_2)^2}{2(C_1 + C_2)}}$$

धारिताएँ सदैव धनात्मक होती हैं। तथा $(V_1 - V_2)^2 = +Ve$

$$U - U' = +Ve$$

$$U - U' > 0$$

$$\boxed{U > U'}$$

इस तथ्य से स्पष्ट है कि दो चालकों के संयोजन में सदैव ऊर्जा का ह्रास होता है और यह ऊर्जा ध्वनि तथा ऊष्मा के रूप में क्षय होती है।

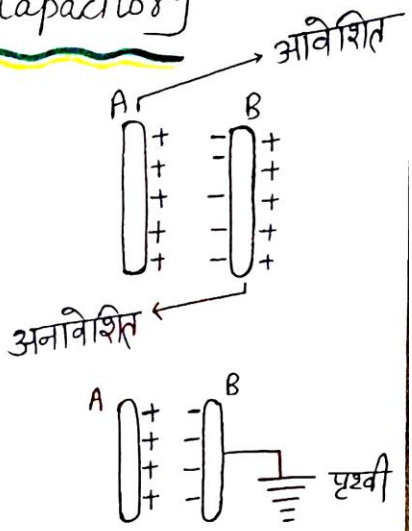
संधारित्र (Capacitor)

संधारित्र एक ऐसा समायोजन है जिसके द्वारा किसी चालक के आकार में परिवर्तन किए बिना उस चालक पर अधिक से अधिक आवेश संचित किया जा सके अर्थात चालक की धारिता बढाई जा सके।

माना किसी चालक को q आवेश देने पर विभव में वृद्धि V है तो संधारित्र की धारिता –

$$\boxed{C = \frac{q}{V}}$$

संधारित्र का सिद्धांत (Principle of Capacitor)



चालक A की धारिता

$$C = \frac{q}{V} \quad ----- (i)$$

यदि भूसम्पर्कित करने के बाद चालक B का विभव $(-V')$ हो तो –

संयोजन की धारिता $\Rightarrow \frac{q}{V+(-V')}$

$$C = \frac{q}{V-V'} \quad ------ (ii)$$

समी० (ii) को (i) से भाग करने पर -

$$\frac{C'}{C} = \frac{q}{V-V'} \times \frac{V}{q} = \frac{V}{V-V'}$$

$$\because V > (V-V')$$

$$\frac{V}{V-V'} > 1$$

$$\frac{C'}{C} > 1 \quad \Rightarrow \quad \boxed{C' > C}$$

इसका सिद्धान्त इस तथ्य पर आधारित है कि जब किसी आवेशित चालक के समीप एक अन्य अनावेशित चालक रख दिया जाता है तो आवेशित चालक का विभव कम हो जाता है। यदि अनावेशित चालक को पृथ्वी से जोड़ दे तो विभव और भी कम हो जाता है इसके फलस्वरूप आवेशित चालक की धारिता मे पर्याप्त वृद्धि हो जाती है।

संधारित्र की धारिता को प्रभावित करने वाले कारक

संधारित्र की धारिता निम्न बातो पर निर्भर करती है।

① प्लेटो के क्षेत्रफल के अनुक्रमानुपाती होती है।

अर्थात $C \propto A$

② प्लेटो के बीच दूरी के व्युत्क्रमानुपाती होती है।

अर्थात $C \propto \frac{1}{d}$

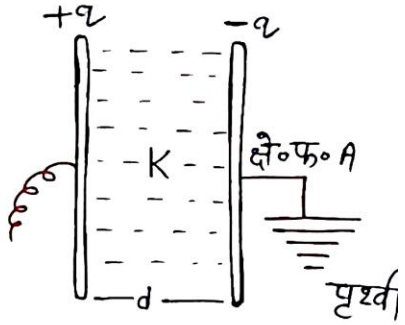
③ प्लेटो के बीच के माध्यम पर

अर्थात $C \propto K$

समान्तर प्लेट संधारित्र की धारिता

① जब प्लेटो के बीच परावैद्युत पदार्थ पूर्णत भरा हो।

माना संधारित्र की दोनो आयताकार प्लेटो का सामान क्षेत्रफल A तथा दोनो प्लेटो के बीच K परावैद्युतांक का कोई परावैद्युत पदार्थ भरा गया है। चित्र की भाति जब संधारित्र की बाई प्लेट को धनावेश दिया जाता है तो दाई प्लेट पर उसकी परिमाण का ऋण आवेश उत्पन्न हो जाता है।



संधारित्र की प्लेटो के बीच प्रत्येक बिन्दु पर वैद्युत क्षेत्र की तीव्रता –

$$E = \frac{\sigma}{K\varepsilon_0} \quad \text{------ (i)}$$

यदि दोनो प्लेटो के बीच विभवान्तर V तथा प्लेटो के बीच की दूरी d है तो वैद्युत क्षेत्र की तीव्रता –

$$E = \frac{V}{d}$$

$$V = E \cdot d$$

समी० (i) से

$$V = \frac{\sigma}{K\varepsilon_0} \cdot d \quad \left\{ \sigma = \frac{q}{A} \right\}$$

$$V = \frac{q \cdot d}{K\varepsilon_0 A}$$

अतः संधारित्र की धारिता

$$C = \frac{q}{V}$$

$$C = \frac{q}{q \cdot d / K\varepsilon_0 A} = \boxed{C = \frac{K\varepsilon_0 A}{d}}$$

यदि परावैद्युत के स्थान पर वायु अथवा निर्वात हो तो $K = 1$

$$\boxed{C_0 = \frac{\varepsilon_0 A}{d}}$$

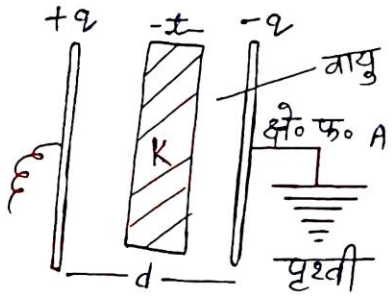
समी० (II) व (III) से

$$\frac{C}{C_0} = \frac{K\varepsilon_0 A}{d} \times \frac{d}{\varepsilon_0 A}$$

$$\boxed{C = KC_0}$$

(1) जब प्लेटो के बीच परावैद्युत पदार्थ आंशिक रूप से भरा हो

माना संधारित्र की दोनो आयताकार प्लेटो का सामान क्षेत्रफल A तथा दोनो प्लेटो के बीच की दूरी d है। दोनो प्लेटो के बीच के परावैद्युत पदार्थ की कोई t मोटाई की पट्टी प्रवेश करायी गयी है। जिसका परावैद्युतांक K है।



प्लेटो के बीच वायु के स्थान पर वैद्युत क्षेत्र की तीव्रता –

$$E_0 = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}$$

प्लेटो के बीच परावैद्युत के स्थान पर वैद्युत क्षेत्र की तीव्रता –

$$E = \frac{\sigma}{K\varepsilon_0}$$

यदि प्लेटो के बीच विभवान्तर V है तो

$$V = V_1 + V_2 \quad \{\because V = E \cdot d\}$$

$$V = E_0 (d-t) + E \cdot t$$

$$V = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}(d-t) + \frac{\sigma}{K\varepsilon_0} t$$

$$V = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}\left(d - t + \frac{t}{K}\right)$$

$$\because \sigma = \frac{q}{A}$$

$$V = \frac{q}{A\varepsilon_0}\left(d - t + \frac{t}{K}\right)$$

अतः संधारित की धारिता

$$C = \frac{q}{V} = \frac{q}{\frac{q}{A\varepsilon_0}\left(d - t + \frac{t}{K}\right)}$$

$$\boxed{C = \frac{A\varepsilon_0}{d - t + \frac{t}{K}}}$$

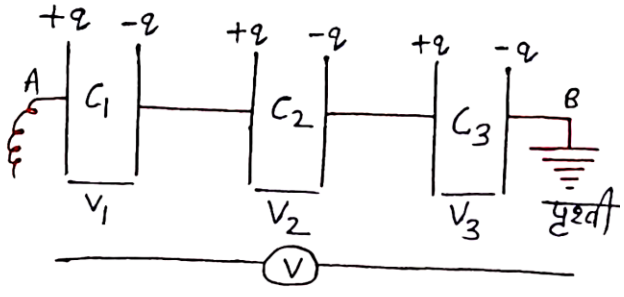
Case 1 ⇒ यदि प्लेटो के बीच पूरे स्थान मे परावैद्युत पदार्थ हो तो $(t = d)$ तो $C = \frac{A\varepsilon_0}{d - d + \frac{d}{K}} \Rightarrow \boxed{C = \frac{KA\varepsilon_0}{d}}$

Case 2 ⇒ यदि प्लेटो के बीच पूरे स्थान मे निर्वात अथवा वायु हो तो $(t = 0)$ तो सूत्र $\boxed{C = \frac{A\varepsilon_0}{d}}$

Case 3 ⇒ यदि प्लेटो के बीच धातु की कोई पट्टी रखी गई हो तो $K = \infty$ $\boxed{C = \frac{A\varepsilon_0}{d - t}}$

संधारित्रो का संयोजन [Combinations of Capacitors]

(i) श्रेणीक्रम = माना तीनो संधारित्रो की प्लेटो के बीच विभवान्तर क्रमशः V_1, V_2 व V_3 है तो –



$$V_1 = \frac{q}{C_1}, \quad V_2 = \frac{q}{C_2}, \quad V_3 = \frac{q}{C_3}$$

माना A & B के बीच कुल विभवान्तर V है तो –

$$V = V_1 + V_2 + V_3$$

$$V = \frac{q}{C_1} + \frac{q}{C_2} + \frac{q}{C_3}$$

$$V = q\left(\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3}\right) \quad \left\{V = \frac{q}{C}\right\}$$

$$\frac{q}{C} = q\left(\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3}\right)$$

$$\boxed{\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3}}$$

Note ⇒ ① श्रेणीक्रम मे आवेश समान रहता है। q = Constant

② श्रेणीक्रम का उपयोग तुल्य धारिता को कम करने के लिए किया जाता है।

समान्तर क्रम = यदि संधारित्रो पर आवेश $+q_1$, क्रमशः q_1, q_2 व q_3 है तो –

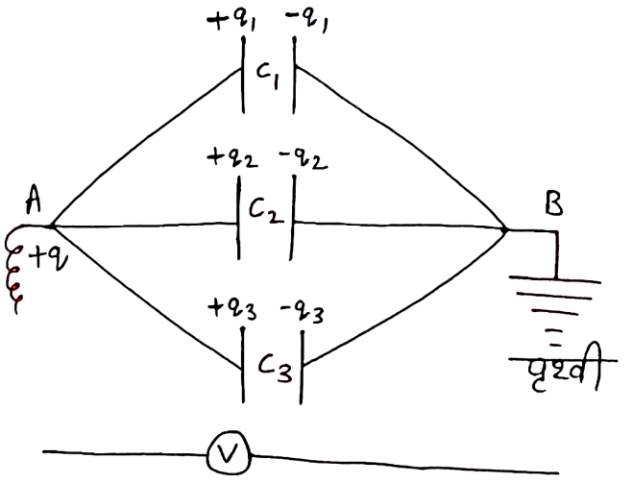
$q_1 = C_1V$, $q_2 = C_2V$ &

$q_3 = C_3V$

आवेश संरक्षण के नियम से –

$$q = q_1 + q_2 + q_3$$

$$q = C_1V + C_2V + C_3V$$



$$q = V(C_1 + C_2 + C_3) \quad \{\because C = \frac{q}{V}\}$$

$$\frac{q}{V} = C_1 + C_2 + C_3$$

$$\boxed{C = C_1 + C_2 + C_3}$$

Note ⇒ ① समान्तर क्रम मे विभवान्तर समान होता है।

② समान्तर क्रम का उपयोग तुल्य धारिता को बढाने के लिए किया जाता है।

परावैद्युत का ध्रुवण [Polarisation of dielectric]

कोई भी माध्यम अणुओ अथवा परमाणुओ से बना होता है। परमाणु मे धनआवेश उसके नाभिक पर केन्द्रित होता है तथा ऋण आवेशित इलेक्ट्रान इसके चारो ओर चक्कर लगाते है परावैद्युत पदार्थो मे इलेक्ट्रॉन नाभिक से दृढतापूर्वक बँधे रहते है। जब किसी परावैद्युत पदार्थ को संधारित्र की प्लेटो के बीच वैद्युत क्षेत्र मे रखते है तो उसके अणुओ के नाभिक क्षेत्र की दिशा मे तथा इलेक्ट्रान क्षेत्र के विपरीत दिशा मे विस्थापित हो जाते है। इस प्रकार परावैद्युत के प्रत्येक अणु का एक सिरा धनावेशित तथा दुसरा सिरा ऋणावेशित हो जाता है तथा परावैद्युत को ध्रुवित कहते है। ये आवेश संधारित्र की प्लेटो के आवेशो से विपरीत चिन्ह के होते है। बाह्य वैद्युत क्षेत्र के प्रभाव से परावैद्युत पदार्थ मे होने वाली यह क्रिया ही परावैद्युत पदार्थ का ध्रुवण कहलाती है।

परावैद्युत सामर्थ्य – परावैद्युत पदार्थ के लिए वह अधिकतम वैद्युत क्षेत्र जिसे पदार्थ बिना वैद्युत भंजन करता है उस पदार्थ की परावैद्युत सामर्थ्य कहलाती है।

भंजक विभवांतर – किसी संधारित्र की प्लेटो के बीच वह अधिकतम विभवान्तर जिस पर प्लेटो के बीच रखे परावैद्युत पदार्थ का वैद्युत भंजन होने लगता है, भंजक विभवान्तर कहलाता है।

संधारित्र की धारिता पर परावैद्युत का प्रभाव

संधारित्र की प्लेटो के बीच वायु मे वैद्युत क्षेत्र की तीव्रता –

$$E_0 = \frac{\sigma}{\varepsilon_0} = \frac{q}{A\varepsilon_0}$$

यदि विभवान्तर V_0 हो तो

$$V_0 = E_0 \cdot d \qquad \left\{E_0 = \frac{V_0}{d}\right\}$$

$$V_0 = \frac{q}{A\varepsilon_0} \cdot d$$

अतः संधारित्र की धारिता

$$C_0 = \frac{q}{V_0} = \frac{q}{\frac{q \cdot d}{A\varepsilon_0}}$$

$$\boxed{C_0 = \frac{A\varepsilon_0}{d}} \quad \text{------} \ (1)$$

यदि प्लेटो के बीच परावैद्युतांक का कोई परावैद्युत पदार्थ भरा गया है तो

$$E = \frac{E_0}{K}$$

$$E = \frac{q}{A\varepsilon_0 K}$$

यदि विभवान्तर V है तो -

$$V = E \cdot d$$

$$V = \frac{q}{A\varepsilon_0 K} \cdot d$$

अतः संधारित्र की धारिता -

$$C = \frac{q}{V} = \frac{q}{q \cdot d / A\varepsilon_0 K}$$

$$C = \frac{KA\varepsilon_0}{d} \quad \text{——— (II)}$$

समी० (I) व (II) से

$$\boxed{C = KC_0}$$

ऊर्जा घनत्व [Energy Density]

समान्तर प्लेट संधारित्र के एकांक आयतन में प्लेटों के मध्य संचित वैद्युत स्थितिज ऊर्जा को ऊर्जा घनत्व कहते हैं। इसे u से प्रदर्शित करते हैं।

माना समान्तर प्लेट वायु संधारित्र की प्रत्येक प्लेट का क्षे० फ० A तथा प्लेटों के बीच की दूरी d है तो संधारित्र की धारिता $\Rightarrow$ $C = \frac{\varepsilon_0 A}{d}$

यदि प्लेटो के बीच विभवान्तर V है तो संचित ऊर्जा –

$$U = \frac{1}{2} C V^2$$

$$U = \frac{1}{2}\left(\frac{\varepsilon_0 A}{d}\right) \cdot V^2 \quad \text{------ (II)}$$

प्लेटो के मध्य वैद्युत क्षेत्र की तीव्रता –

$$E = \frac{V}{d} \Rightarrow V = E \cdot d$$

समी० (II) से –

$$U = \frac{1}{2}\left(\frac{\varepsilon_0 A}{d}\right) \cdot E^2 \cdot d^2$$

$$U = \frac{1}{2} \varepsilon_0 A \cdot E^2 d \quad \text{------ (III)}$$

अतः ऊर्जा घनत्व –

$$u = \frac{U}{A \cdot d}$$

$$u = \frac{1}{2} \frac{\varepsilon_0 A E^2 d}{A \cdot d} = \boxed{u = \frac{1}{2} \varepsilon_0 E^2}$$

यदि माध्यम का परावैद्युतांक K है तो

$$\boxed{u = \frac{1}{2} K \varepsilon_0 E^2}$$

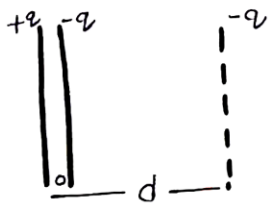
<u>मात्रक</u> = जूल / मी०^3

<u>विमीय सूत्र</u> = $\frac{\text{जूल}}{\text{मी०}^3} \Rightarrow \frac{\text{न्यूटन - मी}}{\text{मी०}^3} \Rightarrow \frac{\text{न्यूटन}}{\text{मी०}} \Rightarrow \frac{[ML^1T^{-2}]}{L^2}$

$$\Rightarrow \boxed{ML^{-1}T^{-2}}$$

आवेशित समान्तर प्लेट संधारित्र की प्लेटो के मध्य बल

माना किसी समान्तर प्लेट संधारित्र की एक प्लेट पर +q तथा दूसरी प्लेट पर -q आवेश है ये अत्यन्त समीप स्थित है और इनकी ध्रुवता विपरीत होने के कारण इनके मध्य आकर्षण बल F कार्य करता है।



अब प्लेटो को $0 \rightarrow d$ तक ले जाने मे किया गया कार्य

$$W = F \cdot d$$

अब प्लेटो के मध्य ऊर्जा

$$U = \frac{1}{2} q \cdot V \quad \left\{ E = \frac{V}{d}, \; V = Ed \right\}$$

$$U = \frac{1}{2} q Ed$$

∵ किया गया कार्य प्लेटो के मध्य ऊर्जा के रूप मे संचित हो जाता है।

अतः $W = U$

$$Fd = \frac{1}{2} q \cdot Ed$$

$$\boxed{F = \frac{1}{2} q \cdot E} \text{ न्यूटन}$$

वान डे ग्राफ [Van de Graff Generator]

वान डे ग्राफ जनित्र एक ऐसी मशीन है जिसकी सहायता से अति उच्च विभव लगभग 10^6 मिलियन कोटि का विभव निर्मित किया जाता है।

वान डे ग्राफ जनित्र का सिद्धान्त

इसका सिद्धान्त दो प्रमुख घटनाओ पर आधारित है –

(i) → जब किसी खोखले गोले को आवेश दिया जाता है तो यह केवल उसके बाहरी पृष्ठ पर समान रुप से एकत्रित होता है।

यदि किसी गोले की त्रिज्या r तथा दिया गया आवेश q है तो –

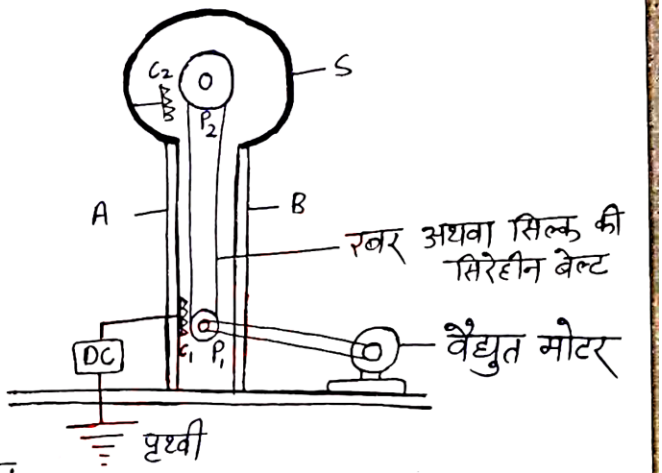
$$V = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q}{r}$$

(ii) → किसी आवेशित चालक द्वारा वायु मे वैद्युत विसर्जन तीक्ष्ण नुकीले सिरो से प्राथमिकता से होता है।

पृष्ठ आवेश घनत्व $= \frac{q}{A} \Rightarrow \sigma = \frac{q}{A}$

वान डे ग्राफ जनित्र

रचना = इसमे एक धातु का एक बडा गोला S, दो अचालक स्तम्भो A व B पर सधा रहता है तथा इनमे एक रबर अथवा सिल्क की सिरेहीन बेल्ट होती है जो दो घिरनियो P_1 व P_2 द्वारा एक विद्युत मोटर की सहायता से चलायी जाती है। निचला कंघा C_1 अति उच्च विभव वाले स्त्रोत (DC) के धन टर्मिनल से तथा ऊपरी कंघा C_2, खोखले गोले S के आन्तरिक पृष्ठ से जुडा रहता है।



क्रियाविधि = जब कंघे C_1 को अति उच्च विभव दिया जाता है, तो तीक्ष्ण बिन्दुओ की क्रिया के फलस्वरुप यह इसके स्थान मे आयन उत्पन्न करता है। धन- आयनो व कंघे C_1 के बीच प्रतिकर्षण के कारण ये धन- आयन बैल्ट पर चले जाते है। गतिमान बेल्ट द्वारा ये आयन ऊपर ले जाए जाते है। C_2 के तीक्ष्ण सिरे बेल्ट को ठीक छूते है। इस प्रकार कंघा C_2, बेल्ट के धन- आवेश को एकत्रित करता है। यह धन- आवेश शीघ्र ही गोले S के बाहरी पृष्ठ पर स्थानान्तरित हो जाता है। चूकि बेल्ट घूमती रहती है, यह धन - आवेश को ऊपर की ओर ले जाती है और कंघा C_2 द्वारा एकत्रित किया जाता है जो

गोले S के बाहरी पृष्ठ पर स्थानान्तरित हो जाता है। इस प्रकार गोले का बाहरी पृष्ठ निरन्तर धन-आवेश प्राप्त करता है तथा इसका विभव अति उच्च हो जाता है। जब गोले S का विभव बहुत अधिक हो जाता है, तो निकटवर्ती वायु की परावैद्युत तीव्रता टूट जाती है तथा आवेश का निकटवर्ती वायु मे क्षरण हो जाता है। अधिकतम विभव की स्थिति मे आवेश के क्षरण होने की दर गोले पर स्थानान्तरित आवेश की दर के बराबर हो जाती है। गोले से आवेश का क्षरण रोकने के लिए, जनित्र को पृथ्वी से सम्बन्धित तथा उच्च दाब पर वायु से भरे टैंक मे रखा जाता है वान डे ग्राफ जनित्र धन-आवेशित कणो को अति उच्च वेग तक त्वरित करने के लिए प्रयोग किया जाता है।